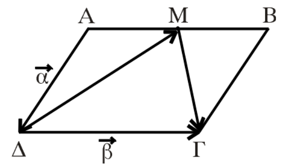
ΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

1



Στο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ το Μ είναι μέσο της ΑΒ. Αν $\overrightarrow{A\Delta} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{\Delta\Gamma} = \vec{\beta}$, τότε:

α) Το διάνυσμα $\overrightarrow{\Delta M}$ ισούται με

Α. $\dfrac{\vec{\alpha} + \vec{\beta}}{2}$ **Β.** $\dfrac{\vec{\beta} - \vec{\alpha}}{2}$ **Γ.** $-\vec{\alpha} + \dfrac{1}{2}\vec{\beta}$

Δ. $\vec{\alpha} + \dfrac{1}{2}\vec{\beta}$ **Ε.** $\dfrac{1}{2}\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

β) Το διάνυσμα $\overrightarrow{M\Gamma}$ ισούται με

Α. $\vec{\alpha} - \dfrac{1}{2}\vec{\beta}$ **Β.** $\dfrac{1}{2}\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ **Γ.** $\dfrac{1}{2}\vec{\alpha} - \vec{\beta}$

Δ. $\vec{\alpha} + \dfrac{1}{2}\vec{\beta}$ **Ε.** $\dfrac{\vec{\alpha} + \vec{\beta}}{2}$

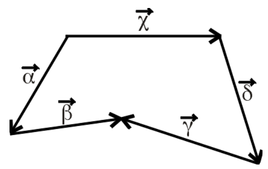
γ) Με $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ ισούται το διάνυσμα

Α. $\overrightarrow{AB}$ **Β.** $\overrightarrow{B\Delta}$ **Γ.** $\overrightarrow{\Delta B}$ **Δ.** $\overrightarrow{\Gamma A}$ **Ε.** $\overrightarrow{A\Gamma}$

δ) Με $\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ ισούται το διάνυσμα

Α. $\overrightarrow{A\Gamma}$ **Β.** $\overrightarrow{\Gamma A}$ **Γ.** $\overrightarrow{BA}$ **Δ.** $\overrightarrow{\Delta B}$ **Ε.** $\overrightarrow{B\Delta}$

2 Στο διπλανό σχήμα το διάνυσμα $\vec{x}$ ισούται με :

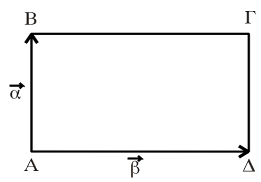


Α. $\vec{\alpha} - \vec{\beta} - \vec{\gamma} - \vec{\delta}$ **Β.** $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} - \vec{\delta}$

Γ. $\vec{\alpha} - \vec{\beta} + \vec{\gamma} - \vec{\delta}$ **Δ.** $\vec{\alpha} + \vec{\beta} - \vec{\gamma} - \vec{\delta}$

Ε. $\vec{\alpha} - \vec{\beta} - \vec{\gamma} + \vec{\delta}$

3 Στο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι: $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{A\Delta} = \vec{\beta}$.



α) Το διάνυσμα $\overrightarrow{A\Gamma}$ ισούται με

Α. $\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ Β. $\vec{\beta} - \vec{\alpha}$ Γ. $\dfrac{\vec{\alpha} + \vec{\beta}}{2}$

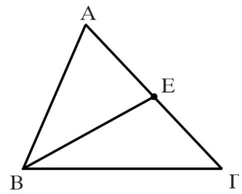
Δ. $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ Ε. $\dfrac{\vec{\alpha} - \vec{\beta}}{2}$

β) Το διάνυσμα $\overrightarrow{B\Delta}$ ισούται με

Α. $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ Β. $\dfrac{\vec{\alpha} + \vec{\beta}}{2}$ Γ. $\dfrac{\vec{\alpha} - \vec{\beta}}{2}$

Δ. $\dfrac{\vec{\beta} - \vec{\alpha}}{2}$ Ε. $\vec{\beta} - \vec{\alpha}$

4 Στο τρίγωνο ΑΒΓ η ΒΕ είναι διάμεσος.
Το άθροισμα $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{B\Gamma}$ ισούται με:



Α. $\overrightarrow{BE}$ **Β.** $\overrightarrow{\Gamma A}$ **Γ.** $2\overrightarrow{EB}$ **Δ.** $2\overrightarrow{BE}$ **Ε.** $2\overrightarrow{A\Gamma}$

5 i) Να δοθεί ο ορισμός του εσωτερικού γινομένου $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

ii) Να συμπληρωθούν τα κενά.

α. $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} =$ …………..

β. $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} =$ …………..

γ. $\vec{\alpha} \uparrow\downarrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} =$ …………..

δ. $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2) \Leftrightarrow \vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} =$ …………..

6 Αν ισχύει: $\kappa\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta} = \vec{0}$, κ, λ πραγματικοί αριθμοί διάφοροι του μηδενός, τότε ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σε κάθε περίπτωση σωστή;

Α. Τα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ έχουν την ίδια φορά

Β. Τα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι κάθετα

Γ. Τα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα

Δ. Τα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ έχουν το ίδιο μέτρο

Ε. Τα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ έχουν την ίδια διεύθυνση

7 Το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (\lambda^2 - 3\lambda - 4,\ \lambda - 2)$ είναι μηδενικό με

Α. $\lambda = 2$ **Β.** $\lambda = 1$ **Γ.** $\lambda = -4$ **Δ.** $\lambda = 0$ **Ε.** για κανένα πραγματικό αριθμό λ

8 Το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (\eta\mu\theta, \sigma\upsilon\nu\theta)$, είναι παράλληλο στο $\vec{\beta} = (\sigma\upsilon\nu\theta, \eta\mu\theta)$ με

Α. $\theta = 0$ **Β.** $\theta = \frac{\pi}{4}$ **Γ.** $\theta = \frac{\pi}{2}$ **Δ.** $\theta = \pi$ **Ε.** $\theta = \frac{2\pi}{3}$

9 Τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\lambda, \frac{1}{\lambda})$ και $\vec{\beta} = (-1, \frac{8}{\lambda})$ είναι κάθετα με

Α. $\lambda = -1$ **Β.** $\lambda = 0$ **Γ.** $\lambda = 1$ **Δ.** $\lambda = 2$ **Ε.** $\lambda = 8$

10 Δίδονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (-2,\ 2\sqrt{3})$ και $\vec{\beta} = \left(\sqrt{3}, 3\right)$

a. Να βρεθούν τα μέτρα τους.

b. Να βρεθεί το εσωτερικό γινόμενο

c. Να βρεθεί η γωνία $\left(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}\right)$.

11 Αν $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=3$ και $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{\pi}{3}$ να υπολογίσετε την τιμή του $\chi\in R$ ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha}-\vec{\beta}$ και $\chi\cdot\vec{\alpha}+\vec{\beta}$ να είναι κάθετα .

12 Αν ισχύουν : $|\vec{\alpha}|=1, |\vec{\beta}|=2$ $(\widehat{\vec{\beta},\vec{\alpha}})=\frac{\pi}{3}$ να βρεθούν :

a. Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$.

b. Αν $\vec{\delta}=(\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta})\vec{\beta}+2\vec{\alpha}-3\vec{\beta}$ να βρεθεί το διάνυσμα $\vec{\delta}$ ως γραμμικός συνδυασμός των $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, καθώς και το $|\vec{\delta}|$.

c. Να δειχθεί ότι : $\vec{\delta}\perp\vec{\alpha}$.

13 Αν για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ ισχύουν οι σχέσεις, $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{2\pi}{3}$, $\left(\vec{\alpha}-2\vec{\beta}\right)\perp\left(\vec{\alpha}+2\vec{\beta}\right)$ και $|\vec{\alpha}-3\vec{\beta}|=19\sqrt{19}$ να υπολογίσετε τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

14 Αν $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=3$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=\frac{\pi}{3}$, να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων:

$\vec{u}=3\vec{\alpha}-\vec{\beta}$ και $\vec{V}=-3\vec{\alpha}+2\vec{\beta}$

15 Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(2,5)$ και $\vec{\beta}=(1,3)$

A. Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}=3\vec{\alpha}-4\vec{\beta}$

B. Να βρείτε τον αριθμό $\lambda\in R$, ώστε το διάνυσμα $\vec{\delta}=(\lambda^2+\lambda,\lambda)$ να είναι παράλληλο στο $\vec{\alpha}$

16 Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με $(\vec{\alpha},\vec{\beta})=\frac{\pi}{3}$. Αν $|\vec{\alpha}|=2$ και $|\vec{\beta}|=4$ να βρεθούν:

α) $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$, β) $\vec{\alpha}^2+\vec{\beta}^2$, γ) $(\vec{\alpha}+\vec{\beta})^2$, δ), $|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|$ ε) $(2\vec{\alpha}+3\vec{\beta})(4\vec{\alpha}-5\vec{\beta})$

Επιμέλεια: Καραγιώργος Παναγιώτης Μαθηματικός