

ΛΥΚΕΙΟ

ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΤΡΙΜΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

A' Λυκείου

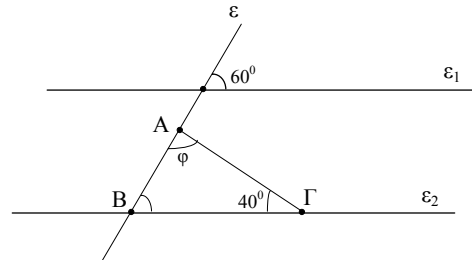
Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 4ο - Φ Υ Λ Λ Ο Νο 1

ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ
ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ
ΚΑΙ ΚΥΡΤΟΥ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Στο σχήμα 1 ισχύει ότι $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας φ του τριγώνου $AB\Gamma$.

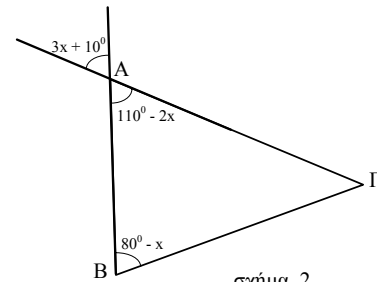
(Απ. $x = 80^\circ$)



σχήμα 1

2. Στο σχήμα 2 να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{A} , \hat{B} , $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Απ. $x = 20^\circ$)

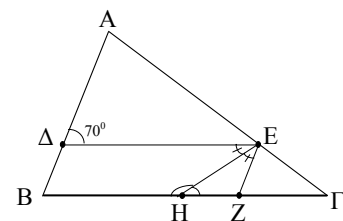


σχήμα 2

3. Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα AB και δύο παράλληλες ημιευθείες Ax , By που ανήκουν στο ένα από τα δύο ημιεπίπεδα που ορίζει η AB . Ένα σημείο Σ βρίσκεται στο ημιεπίπεδο αυτό αλλά εκτός της ζώνης που ορίζουν οι Ax , By . Να αποδείξετε ότι η γωνία $\hat{\Delta\Sigma B}$ ισούται με τη διαφορά των γωνιών $\hat{\Sigma A x}$ και $\hat{\Sigma B y}$.

4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ (σχήμα 3). Μια ευθεία παράλληλη προς την πλευρά $B\Gamma$, τέμνει την πλευρά AB στο Δ και την $A\Gamma$ στο E . Από το E φέρνουμε την παράλληλη προς την πλευρά AB , που τέμνει τη $B\Gamma$ στο Z . Η διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Delta E Z}$ τέμνει τη $B\Gamma$ στο σημείο H . Αν είναι $\hat{\Delta\Delta E} = 70^\circ$ να βρείτε τη γωνία \hat{BHE} .

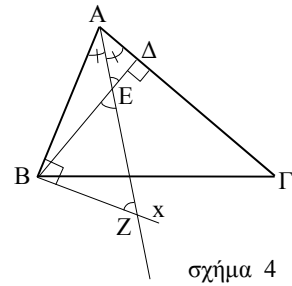
(Απ. $\hat{BHE} = 145^\circ$)



σχήμα 3

5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και το ύψος του $B\Delta$. Αν η κάθετη ευθεία ΔE στην πλευρά AB τέμνει την ευθεία $B\Gamma$ στο σημείο Z , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔBZ είναι ισοσκελές.

6. Η διχοτόμος της γωνίας \hat{A} τριγώνου $AB\Gamma$ (σχήμα 4) τέμνει το ύψος $B\Delta$ στο σημείο E και την κάθετη Bx στην AB στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι $BE = BZ$.



7. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Οι διχοτόμοι των εξωτερικών γωνιών \hat{B} , $\hat{\Gamma}$ τέμνονται σε σημείο

Δ. Να αποδείξετε ότι : $\hat{B\Delta\Gamma} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$.

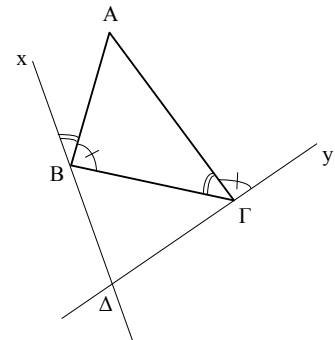
8. Σε ένα εξάγωνο οι απέναντι γωνίες του είναι ανά δύο ίσες. Να αποδείξετε ότι οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες.

9. Ένα εικοσάγωνο έχει τις γωνίες του ίσες. Με πόσες μοίρες ισούται η κάθε γωνία του ;

(Απ. $\omega = 165^\circ$)

10. Υπάρχει κυρτό πολύγωνο του οποίου το άθροισμα των γωνιών να είναι ίσο με 21 ορθές ;

11. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} < 90^\circ$ (σχήμα 5) . Κατασκευάζουμε εξωτερικά του τριγώνου τις ημιευθείες Bx και Γy έτσι ώστε $\hat{A\hat{B}x} = \hat{A\hat{\Gamma}y}$ και $\hat{A\hat{\Gamma}y} = \hat{A\hat{B}\Gamma}$. Αν οι ευθείες Bx και Γy τέμνονται στο σημείο Δ , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $\Delta B\Gamma$ είναι ισοσκελές.



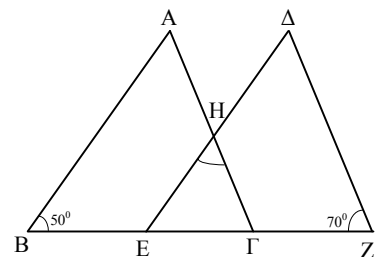
σχήμα 5

12. Στο σχήμα 6 τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα με $B\Gamma = EZ$. Το μέτρο της γωνίας $\hat{E\hat{H}\Gamma}$ είναι :

I : 60° II : 30° III : 90°

IV : 45° V : 120°

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση την οποία και να αιτιολογήσετε.



σχήμα 6

13. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $\hat{B} - \hat{\Gamma} = 80^\circ$. Το ύψος του $A\Delta$ με τη διχοτόμο AE σχηματίζουν γωνία με μέτρο :

- I : 30° II : 45° III : 40° IV : 60° V : 72°

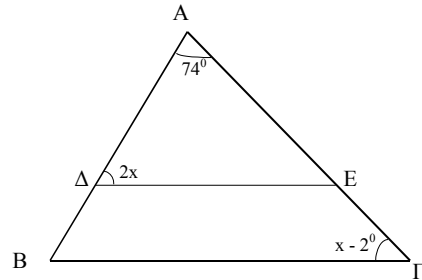
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση την οποία και να αιτιολογήσετε.

14. Στο σχήμα 7 είναι $\Delta E \parallel B\Gamma$, τότε :

α) $\hat{B} = 72^\circ$,

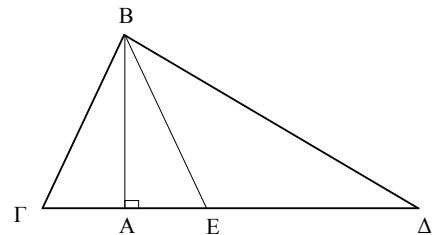
β) $\hat{\Gamma} = 30^\circ$

Να εξετάσετε αν οι παραπάνω ισότητες είναι σωστές ή λάθος.



σχήμα 7

15. Οι τεχνικοί του ΟΤΕ τοποθέτησαν κατακόρυφα μια ευθύγραμμη κεραία AB σε οριζόντιο έδαφος (σχήμα 8). Για να στερεώσουν την κεραία, την έδεσαν από την κορυφή με δύο ευθύγραμμα σύρματα, τα οποία κάρφωσαν στο έδαφος στα σημεία Γ και Δ που βρίσκονται στην ευθεία που διέρχεται από το



σχήμα 8

A . Η γωνία $\hat{\Gamma}$ είναι διπλάσια της $\hat{\Delta}$. Αργότερα, εξαιτίας ισχυρών ανέμων που επικρατούσαν, πρόσθεσαν και ένα τρίτο σύρμα, το οποίο κάρφωσαν στο σημείο E που βρίσκεται στην ευθεία $\Gamma\Delta$ και είναι τέτοιο ώστε $AE = A\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι :

- α) το τρίγωνο $B\Gamma E$ είναι ισοσκελές,
 β) η γωνία $\hat{E}\hat{B}\hat{\Delta}$ είναι ίση με τη $\hat{\Delta}$,
 γ) $B\Gamma = A\Delta - A\Gamma$.