

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ

ΤΡΙΜΗΣ ΠΑΝΤΕΛΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

1ο Φύλλο Ασκήσεων**ΑΣΚΗΣΗ 1η**

Να βρείτε το πεδίο ορισμού σε κάθε μια από τις επόμενες συναρτήσεις :

α) $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

β) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

γ) $f(x) = \sqrt{\frac{3-x}{2x-1}}$

δ) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$

ε) $f(x) = \sqrt{1-|x|}$

στ) $f(x) = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x^2-1}$

ΑΣΚΗΣΗ 2η

Ομοίως να υπολογίσετε το πεδίο ορισμού κάθε συνάρτησης που ακολουθεί :

α) $f(x) = \frac{x-2}{2x^2-5x+3}$

β) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-2}}$

γ) $f(x) = \frac{1}{2-\sqrt{x^2-1}}$

δ) $f(x) = \frac{x}{|x|-x}$

ε) $f(x) = \frac{x}{|x|}$

στ) $f(x) = \frac{1}{x^2+3}$

ζ) $f(x) = \ln(x^2-1)$

η) $f(x) = \ln(1-|x|)$

θ) $f(x) = \varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$

ι) $f(x) = e^{-x^2}$

ια) $f(x) = \sqrt{\ln x - 1}$

ιβ) $f(x) = \ln(\sqrt{x}-1)$

ιγ) $f(x) = \frac{x}{e^x-1}$

ιδ) $f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x - 1}$

ΑΣΚΗΣΗ 3η

Σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις να βρείτε τον α με $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει : $f(\alpha) = \alpha$

α) $f(x) = x^2 + 3x - 3$

β) $f(x) = \frac{x}{x+1}$

ΑΣΚΗΣΗ 4η

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1-x^2}{1-x+x^2}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A_f της συνάρτησης f .

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in A_f$ με $x \neq 0$ είναι $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$.

ΑΣΚΗΣΗ 5η

α) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης

$$f(x) = \sqrt{x} - x + 2$$

με τους άξονες συντεταγμένων.

β) Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων

$$f(x) = x^3 \quad \text{και} \quad g(x) = 3x - 2$$

ΑΣΚΗΣΗ 6η

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{(\alpha-x)(\alpha+x)}{1-\beta}$ με $\alpha \in \mathbb{R}$, $\beta > 0$ και $\beta \neq 1$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f ,

β) Να υπολογίσετε το $f(\alpha\beta)$, καθώς και το $f(\alpha\sqrt{\beta})$.

ΑΣΚΗΣΗ 7η

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{4x}{x+2}$. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες οι τιμές

της συνάρτησης αυτής είναι μικρότερες του 3.

ΑΣΚΗΣΗ 8η

Αν θεωρήσουμε ότι x ακέραιος.

α) Αν με $f(x)$ παραστήσουμε το υπόλοιπο της διαίρεσης του x με το 10, να βρείτε τα $f(73)$ και $f(10κ)$, όπου $κ \in \mathbb{Z}$.

β) Αν με $f(x)$ παραστήσουμε το υπόλοιπο της διαίρεσης του x με το 3, να βρείτε τα $f(20)$, $f(20κ)$ και $f(21λ)$, όπου $κ, λ \in \mathbb{Z}$.

ΑΣΚΗΣΗ 9η

Να σημειώσετε τη σωστή απάντηση σε κάθε περίπτωση και να την αιτιολογήσετε.

I) Αν $f(x) = \frac{1}{3}$, το $f(\alpha + h)$ είναι ίσο με :

- A. $\frac{1}{3}(\alpha + 3h)$ B. $3h$ Γ. $\frac{1}{3}$ Δ. $\frac{1}{3(\alpha + h)}$ E. $\frac{1}{(\alpha + h)}$

II) Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + x - 2}}$ έχει πεδίο ορισμού :

- A. $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$ B. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$
 Γ. $(-2, -1)$ Δ. $[-2, -1]$
 E. κανένα από τα προηγούμενα.

III) Η συνάρτηση $f(\theta) = \sqrt{1 - \eta\mu^2\theta}$ ορίζεται για κάθε $\theta \in \mathbb{R}$ και η τιμή της είναι :

- A. $\sin\theta$ B. $\eta\mu\theta$ Γ. $\text{I}\sigma\upsilon\nu\theta$ Δ. 1

IV) Αν $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$, ποιό από τα επόμενα δεν είναι σωστό ;

- A. $x \in [-1, 1]$ B. $[f(x)]^2 + x^2 = 1$ Γ. $f(x) = f(-x)$
 Δ. $x^2 - [f(x)]^2 = 1$

ΑΣΚΗΣΗ 10η

Αν $f(x) = \frac{1}{x}$, να αποδείξετε ότι $f\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) = 2 f(\alpha + \beta)$.