

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ

ΤΡΙΜΗΣ ΠΑΝΤΕΛΗΣ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο**  
**ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ**



**2ο Φύλλο Ασκήσεων**

**ΑΣΚΗΣΗ 1η**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = x^2 + 3x$  και  $g(x) = 3x - 2$ . Να ορίσετε τις συναρτήσεις  $S = f + g$ ,  $D = f - g$ ,  $P = f \cdot g$  και  $Q = \frac{f}{g}$ .

**ΑΣΚΗΣΗ 2η**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \frac{1}{x^3 - 1}$  και  $g(x) = \sqrt{x}$ .

- α) Να υπολογίσετε τα  $f(4)$ ,  $g(4)$  και  $f(4) \cdot g(4)$   
 β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $P = f \cdot g$  και το  $P(4)$   
 γ) Να ορίσετε το  $Q = \frac{f}{g}$ .

**ΑΣΚΗΣΗ 3η**

Αν  $f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x \leq 2 \\ 2x + 4, & x > 2 \end{cases}$  και  $g(x) = \begin{cases} -x + 3, & x < -1 \\ -3x + 1, & x \geq -1 \end{cases}$  να ορίσετε τη συνάρτηση άθροισμα  $f + g$ . Να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

**ΑΣΚΗΣΗ 4η**

Αν  $f(x) = \frac{1}{x}$  και  $g(x) = \frac{x+1}{x^2 - x}$  τότε :

- α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων  $f$  και  $\frac{f}{g}$ ,  
 β) να ορίσετε τη συνάρτηση  $g$ .

### ΑΣΚΗΣΗ 5η

Σε κάθε μια από τις επόμενες προτάσεις να σημειώσετε **Σ** αν είναι σωστή ή **Λ** αν είναι λανθασμένη. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α) Αν  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ , τότε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $\frac{1}{f}$  είναι το  $\mathbb{R} - \{1\}$ .

β) Αν για τις συναρτήσεις  $f, g$  με πεδίο ορισμού το σύνολο  $\mathbb{R}$  ισχύει  $f(x) + g(x) = 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε  $f(4) + g(5) = 0$ .

γ) Έστω η συνάρτηση  $f$ .

i) Για να ορίζεται η  $f(f(x))$ , πρέπει οι τιμές  $f(x)$  της συνάρτησης  $f$ , να ανήκουν στο πεδίο ορισμού της  $f$ .

ii) Αν για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , είναι  $f(x) = x$ , τότε  $f(f(x)) = x$ .

### ΑΣΚΗΣΗ 6η

I) Έστω ότι η εξίσωση  $f(x) = 0$  ρίζες τους αριθμούς 1 και -2. Αν ορίζεται η συνάρτηση  $y = f(2x)$ , τότε η εξίσωση  $f(2x) = 0$  έχει ρίζες τις :

A. 1 και -2    B.  $\frac{1}{2}$  και -1    Γ.  $-\frac{1}{2}$  και 1    Δ. 2 και -4

E. κανένα από τα προηγούμενα ζεύγη.

II) Έστω η συνάρτηση  $f$ . Όλα τα σημεία του επιπέδου  $Oxy$ , τα οποία είναι τέτοια ώστε  $f(\alpha) = \alpha$ , βρίσκονται πάνω στην καμπύλη με εξίσωση :

A.  $y = \alpha$     B.  $x = \alpha$     Γ.  $y = x^2$     Δ.  $y = x$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση και αιτιολογήστε την.

### ΑΣΚΗΣΗ 7η

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} -x+1, & -1 \leq x < 1 \\ 2, & x = 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$ .

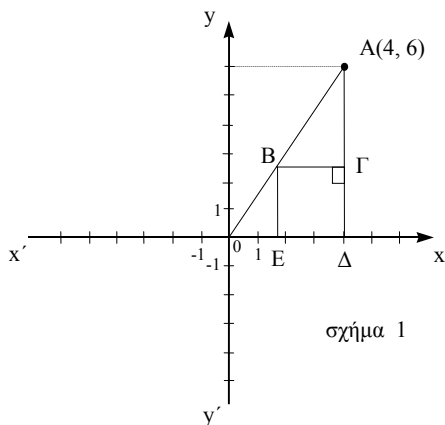
Να βρείτε :

α) τις τιμές  $f(0)$ ,  $f(1)$  και  $f(2)$ ,

β) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ ,

γ) το σύνολο τιμών της συνάρτησης  $f$  με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης.

### ΑΣΚΗΣΗ 8η



Δίνεται ένα ευθύγραμμο τμήμα  $OA$  (σχήμα 1). Είναι  $O(0, 0)$  και  $A(4, 6)$ . Ένα σημείο  $B$  κινείται πάνω στο τμήμα αυτό. Αν η τετμημένη του  $B$  είναι  $x$ , να εκφράσετε ως συνάρτηση του  $x$  :

α) τις συντεταγμένες του  $B$ ,

β) το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου  $BΓΔΕ$ ,

γ) το εμβαδόν του τριγώνου  $ΒΕΟ$ .

Στη συνέχεια να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις των ερωτημάτων β) και γ) έχουν το ίδιο πεδίο ορισμού.

### ΑΣΚΗΣΗ 9η

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια :

α)  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 3x^2 - 7)$

β)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 + 1}$

γ)  $\lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x+5} - \sqrt{x})$

δ)  $\lim_{x \rightarrow -1} [(x-1)(3x^2+5)]$

ε)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\eta\mu x}{x}$

στ)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}}{x-3}$

### ΑΣΚΗΣΗ 10η

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια :

α)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4-x^2}{x+2}$

β)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x}}{x-1}$

γ)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x+1}$

δ)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$

ε)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$

στ)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$

### ΑΣΚΗΣΗ 11η

Δίνεται συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = \sqrt{x^4 - 4x^2}$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

β) Να εξετάσετε αν υπάρχει το όριο της  $f$  όταν  $x \rightarrow 0$ .