

3ο Φύλλο Ασκήσεων**ΑΣΚΗΣΗ 1η**

Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 4$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 2$, να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια :

α) $\lim_{x \rightarrow x_0} [2f(x)]$

β) $\lim_{x \rightarrow x_0} [g(x)]^2$

γ) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{f(x) - g(x)}$

δ) $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)]^3$

ε) $\lim_{x \rightarrow x_0} \left[\frac{f(x)}{g(x)} - (g(x))^2 \right]$

ΑΣΚΗΣΗ 2η

Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$, να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, όταν :

α) $g(x) = 2f(x) - 1$

β) $g(x) = \frac{4f(x)}{f^2(x) - 1}$

γ) $g(x) = 1 - 2|f(x)|$

δ) $g(x) = |(f(x) - 1)(f(x) + 3)|$

ε) $g(x) = \sqrt[3]{3f(x) + 2}$

ΑΣΚΗΣΗ 3η

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

γ) Είναι συνεχής η συνάρτηση f στο σημείο 2 ;

δ) Είναι συνεχής η συνάρτηση f σε κάθε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της ;

ΑΣΚΗΣΗ 4η

Μια συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο \mathbb{R} ορίζεται ως εξής :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 8, & \text{αν } x \neq 2 \\ \alpha, & \text{αν } x = 2 \end{cases}$$

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί η f είναι συνεχής για $x \neq 2$.
 β) Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$, ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0 = 2$.

ΑΣΚΗΣΗ 5η

Σε κάθε μια από τις επόμενες προτάσεις να σημειώσετε **Σ** αν είναι σωστή ή **Λ** αν είναι λανθασμένη. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

- α) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \beta$, τότε $f(x_0) = \beta$.
 β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (-f(x)) = -\ell$.
 γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - \ell) = 0$.
 δ) Αν f είναι συνεχής συνάρτηση για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$, τότε $f(2) = 5$.

ΑΣΚΗΣΗ 6η

I) Αν $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = 2$ και $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x)}{x^2 + 3x + 2} = 3$, τότε το $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{g(x)}$ είναι ίσο με :

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ Γ. $\frac{2}{3}$ Δ. 2

E. κανένα από τα προηγούμενα .

II) Για μια συνάρτηση f ισχύουν οι ισχυρισμοί :

- Το $f(\alpha)$ υπάρχει (1)
- Το $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x)$ υπάρχει (2)
- $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = f(\alpha)$ (3)

Ποιοί από τους παραπάνω ισχυρισμούς είναι αναγκαίοι να ισχύουν, ώστε η f να είναι συνεχής στο σημείο α ;

- A. μόνο ο (1) B. μόνο ο (2) Γ. οι (2) και (3)
 Δ. οι (1) και (3) E. και οι τρεις.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση και αιτιολογήστε την.

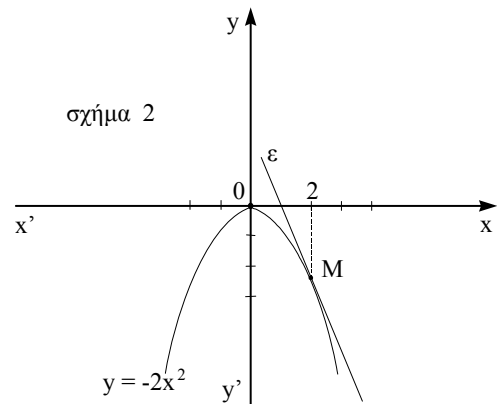
ΑΣΚΗΣΗ 7η

Να βρεθεί η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = x^3$ στο σημείο $x_0 = -1$.

ΑΣΚΗΣΗ 8η

Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης ευθείας της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με

$f(x) = -2x^2$ στο σημείο της $M(2, f(2))$. (σχήμα 2)



ΑΣΚΗΣΗ 9η

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{-2}{x}$.

Να βρείτε :

α) την $f'(4)$,

β) την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο της $(4, f(4))$.

Στη συνέχεια να σχεδιάσετε την παραπάνω εφαπτομένη.

ΑΣΚΗΣΗ 10η

Ένα σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα. Ποιά θα είναι η ταχύτητά του στο τέλος του όγδοου δευτερολέπτου από την αρχή της ελεύθερης πτώσης του σώματος ;
(Θεωρούμε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/sec}^2$).

(Απ. 80 m/sec)

ΑΣΚΗΣΗ 11η

α) Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής του εμβαδού E ενός τετραγώνου πλευράς x ως προς το x όταν $x = 5$.

(Απ. 10)

β) Να βρείτε για ποιιά τιμή του x ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού E του τετραγώνου αυτού ως προς το x είναι 40 ;

(Απ. 20)