

**4ο Φύλλο Ασκήσεων****ΑΣΚΗΣΗ 1η**

Να υπολογίσετε την παράγωγο καθεμιάς από τις επόμενες συναρτήσεις :

α) $f(x) = x^4$

β) $f(x) = x^{15}$

γ) $f(x) = x^{-1}$

δ) $f(x) = \frac{1}{x^{-3}}$

ε) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

στ) $f(x) = x^{-\frac{4}{3}}$

ΑΣΚΗΣΗ 2η

Να βρείτε τις παραγώγους των συναρτήσεων :

α) $f(x) = 2x^2 - 7x + 10$

β) $f(x) = 3x^3 - 17x^{\frac{1}{3}} + 10$

γ) $f(x) = 5x^2 + \frac{5}{x^3} - \sqrt{x}$

δ) $f(x) = 9x^2 - \eta\mu x + 2\sigma\upsilon\nu x$

ε) $f(x) = \sqrt{x} - \sigma\upsilon\nu x + e^x - \ln x$

στ) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

ζ) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 1}$

η) $f(x) = \frac{\varepsilon\varphi x}{x}$

θ) $f(x) = \frac{1 - 2x}{1 - \sqrt{x}}$

ι) $f(x) = -\frac{1 - 4x}{x(1 + x)}$

ΑΣΚΗΣΗ 4η

Να βρείτε τις παραγώγους των συναρτήσεων :

α) $f(x) = 2\eta\mu x$

β) $f(x) = \eta\mu 2x$

γ) $f(x) = \eta\mu^2 x$

δ) $f(x) = \eta\mu x^2$

ε) $f(x) = \eta\mu^2 2x$

στ) $f(x) = \ln^2 x$

ζ) $f(x) = \sqrt{1 - \eta\mu 2x}$

η) $f(x) = \ln \sqrt{x^2 + 1}$

θ) $f(x) = \sqrt{\ln x}$

ΑΣΚΗΣΗ 5η

Σε κάθε μια από τις επόμενες προτάσεις να σημειώσετε **Σ** αν είναι σωστή ή **Λ** αν είναι λανθασμένη. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α) Αν είναι $f(x_0) = g(x_0)$, τότε και $f'(x_0) = g'(x_0)$.

β) Αν $f'(x_0) = g'(x_0)$, τότε οι εφαπτομένες στις καμπύλες των συναρτήσεων f και g στο σημείο x_0 είναι παράλληλες.

γ) Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \sin(-x)$ είναι $-\eta\mu x$.

δ) Υπάρχει συνάρτηση που η παράγωγός της είναι η ίδια η συνάρτηση.

ε) Ισχύει $\left(\eta\mu \frac{1}{x}\right)' = \sigma\upsilon\nu \frac{1}{x}$.

στ) Αν η καμπύλη μιας συνάρτησης f διέρχεται από την αρχή των αξόνων, τότε και η καμπύλη της συνάρτησης f' διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

ζ) Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο σημείο x_0 , τότε και οι συναρτήσεις $f + g$ και $f \cdot g$ είναι επίσης παραγωγίσιμες στο σημείο x_0 .

η) Αν η συνάρτηση $f + g$ είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 , τότε και οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο σημείο x_0 .

ΑΣΚΗΣΗ 6η

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$, $x > 0$. Για ποιά τιμή του x είναι $f'(x) = f(x)$;

ΑΣΚΗΣΗ 7η

Αν $f(x) = \alpha e^{-x} + \beta e^{-2x}$ ($\alpha, \beta \in \mathbb{R}$), να αποδείξετε ότι $f''(x) + 3f'(x) + 2f(x) = 0$.

ΑΣΚΗΣΗ 8η

Να βρείτε την τιμή του α ώστε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \alpha x(2 - x)$ στο σημείο της :

α) $(1, f(1))$ να είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$,

β) $(0, f(0))$ να σχηματίζει γωνία 30° με τον άξονα $x'x$.

(Απ. α) ισχύει για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$, β) $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$.)