



Κ Ε Φ Α Λ Λ Α Ι Ο 1ο - Φ Υ Λ Λ Ο Νο 3

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ - ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $|x + 1| = 0$

β) $|x| = 4$

γ) $|3 - x| = 4$

δ) $2|x| - 8 = 0$

ε) $|2x - 6| = 2$

στ) $|x + 2| = -4$

Βασικές εξισώσεις με απόλυτα :

- $|x| = \theta \Leftrightarrow x = \theta \text{ ή } x = -\theta$
(ισχύει μόνο για $\theta > 0$)
- $|x| = |\theta| \Leftrightarrow x = \theta \text{ ή } x = -\theta$
(ισχύει για κάθε θ πραγματικό)
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

2. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

α) $|x + 5| = |3x - 1|$

β) $|2x + 1| = 4|x - 1|$

γ) $|x + 1| = 2|x - 2|$

δ) $|x + 2| = -6|x|$

ε) $\left|3x + \frac{1}{3}\right| = -2$

στ) $\frac{1}{|x + 2|} = 4$

3. Να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις :

α) $|x| - \frac{3|x| - 2}{5} = 3 - \frac{2|x| - 5}{3}$

β) $\frac{7|x + 3| + 4}{5} - |x + 3| = \frac{3|x + 3| - 5}{2}$

γ) $\frac{|x| - 4}{4} + \frac{|x|}{2} = |x|$

δ) $\frac{|x - 2| + 4}{3} - \frac{3|x - 2| - 1}{15} = \frac{|x - 2| - 4}{5} + 2$

ε) $\frac{|x - 3|}{2} + \frac{|6 - 2x|}{3} = 8 - \frac{|3 - x|}{6}$

στ) $1 - \frac{1 + 3|x - 7|}{4} = \frac{4 - |7 - x|}{10} + \frac{1}{2}$

ζ) $2 + \frac{|3x - 4| - 1}{3} = 3 - \frac{|3x - 4|}{3}$

η) $\frac{|x - 2|}{2} = \frac{11}{20} - \frac{|6 - 3x|}{5}$

4. Να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις :

α) $|x^2 - 3x + 2| = |x^2 + 3x - 20|$

β) $|x^2 + 5x| = |3x - x^2|$

γ) $|x - 2| \cdot |x + 2| = |7x - 4|$

δ) $|x^2 + 1| - |(x - 1)^2| = 6$

ε) $|9 + (x - 3)(x + 3)| = |x^2 - 8x + 16| + 8$

στ) $|x - 3| = 2x - 7$

ζ) $x - \frac{|x - 1|}{2} = 0$

η) $x - 2|x + 2| - 4 = 0$

θ) $|x^2 - 3x| + |x^2 - 9| = 0$

ι) $|x^2 - 4| + |x^2 + 4x + 4| = 0$

ια) $d(3x, -1) = 5$

ιβ) $d(x, 3) = x + 5$

ιγ) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3$

ιδ) $\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 1 - 2x$

ιε) $|x - 3| \cdot |x + 2| = |x - 3|$

ιστ) $|2x + 3| \cdot |x - 1| = |7 - 7x|$

ιζ) $||x - 2| - x| = 3$

ιη) $||x + 3| - 2| = |x - 5|$

ιθ) $||x| + x| + |x - |x|| = |x + 3|$

κ) $\frac{2|x| + 3}{|x| - x} = 3$

5. Να λύσετε την εξίσωση $\lambda(|x| - \lambda) = 3(|x| - 2\lambda + 3)$, για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ .

6. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $|x - 2| < 1$

β) $|x + 1| > 5$

γ) $|x| \geq 3$

δ) $|2x - 1| \leq -3$

ε) $|x| < 0$

στ) $|x - 5| < 1$

7. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $\frac{3|x - 1| + 1}{2} + \frac{2|x - 1| - 1}{3} > \frac{|x - 1| + 2}{3}$

β) $4|x + 2| > 2 + \frac{|x + 2|}{2} - 3$

γ) $8|x - 1| < 5 + \frac{15|x - 1| - 8}{2}$

δ) $\frac{|x| + 1}{4} + |x| > 3|x| + 1$

ε) $\frac{2|x - 2| - 3}{4} < \frac{|x - 2| + 1}{3}$

στ) $\frac{|x| - 1}{4} < 2$

ζ) $1 \leq |2x - 1| \leq 4$

η) $3 < |x - 1| \leq 4$

θ) $3 < |x - 2| < 5$

ι) $1 < |x - 3| < 4$

ια) $3(|x| - 1) + 2(|x| - 2) > 2$

Βασικές ανισώσεις με απόλυτα :

- $|x| \leq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq x \leq \theta$, (1)
- $|x| \geq \theta \Leftrightarrow x \geq \theta$ η' $x \leq -\theta$ (2)

ΠΡΟΣΟΧΗ: Οι προτάσεις (1), (2) ισχύουν μόνο όταν $\theta \geq 0$.
 Αν $\theta < 0$ η (1) είναι αδύνατη.
 Αν $\theta < 0$ η (2) είναι ταυτότητα δηλ. έχει άπειρες λύσεις.